Préparation Mécanique TS

1-/ Chute verticale libre, sans vitesse initiale :

Une bille métallique de masse m est lâchée à 6,0 m du sol, sans vitesse initiale, d'un point pris comme origine d'un axe vertical

(O, $\vec{j}$) orienté vers le bas. (g = 9,80 $N.kg^{-1}$)

a) S'agit-il d'une chute libre ? Justifier.

b) Faire un schéma en représentant axe, origine et force(s).

c) Etablir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la vitesse v.

d) Déterminer les équations horaires du mouvement (a, v et y en fonction du temps)

e) Déterminer l'instant t_1 et la vitesse v_1 où la bille frappe le sol

2-/ Chute verticale avec force de frottement :

Partie A **:** Etude de la chute d'une bille sans vitesse initiale, dans une éprouvette remplie d'huile .

Notations : ρ et ρ_h masses volumiques de la bille et de l'huile . V : volume de la bille.

On modélise la force de frottement fluide sous la forme : $\vec{f} = - k.\ \vec{v}$

(Rem : k = 6 π.η.r avec η est le coefficient de viscosité du liquide et r est le rayon de la bille)

a) S'agit-il d'une chute libre ? Justifier.

b) Faire un schéma en représentant axe, origine. Faire un bilan des forces et les représenter.

Exprimer les intensités des forces en fonction des données.

c) Etablir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la vitesse v.

Mettre l'équation sous la forme : $dv/dt + v/\tau = k_1$.

Exprimer k_1 et τ en fonction des données.

d) Déterminer par analyse dimensionnelle les unités de k_1 et τ. Calculer les valeurs de k_1 et

τ.

e) La bille atteint-elle une vitesse limite ? Si oui, exprimer la vitesse limite de la bille v_m puis la calculer.

Données : $k = 9{,}33.10^{-2}$ S.I. ; $\rho = 2400\ kg.m^{-3}$; $\rho_h = 950\ kg.m^{-3}$; $g = 9{,}80\ N.kg^{-1}$

rayon de la bille : r = 1,50 mm

Partie B: **Résolution d'une équation différentielle par la méthode d'Euler**

On cherche à résoudre une équation différentielle du type de celle obtenue précédemment :

$dv/dt + v / \tau = k_1$ (les données sont les mêmes que précédemment)

Méthode d'Euler :

La méthode d'Euler consiste à assimiler $a = dv/dt$ à $\Delta v/ \Delta t$, où $\Delta v = v_{i+1} - v_i$ et $\Delta t = t_{i+1} - t_i$.

Ce qui revient à considérer que sur Δt très petit, l'accélération a est constante , on a alors la courbe de la vitesse qui est une droite et égale au coefficient directeur de cette droite : $a = (v_{i+1} - v_i)/(t_{i+1} - t_i)$

$v_{i+1} - v_i = a_i . \Delta t$; $v_{i+1} - v_i = a_i . \Delta t$

Si on choisit un pas suffisamment petit, cette hypothèse est tout à fait valable.

On utilise les conditions initiales (a_0 et v_0), puis successivement la relation $v_{i+1} - v_i = a_i . \Delta t$ et l'équation différentielle pour déterminer v_{i+1} et a_{i+1} .

a) Appliquer la méthode d'Euler pour un pas $\Delta t = 1{,}5.10^{-4}$ s de 0 à 21.10^{-4} s.

b) Tracer le graphique de la vitesse en fonction du temps et l'analyser .

c) Montrer que la solution de l'équation différentielle est de la forme : $v = a.\exp(-t / \tau) + b$.

Exprimer littéralement les constante a et b. Calculer leurs valeurs.

3-/ Chute libre avec vitesse initiale

On étudie le mouvement d'un projectile (bille), qui est lancé avec la vitesse initiale $\vec{v}_0$. dans le référentiel terrestre considéré galélien.

La position de son centre d'inertie G est repéré à chaque instant par ses coordonnées dans le repère orthonormé (o; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$):

- l'origine o du repère coincide avec la position de G à l'instant t =0,
- le vecteur unitaire $\vec{k}$ est vertical orienté vers le haut;
- le vecteur unitaire $\vec{i}$ est horizontal tel que le plan (o; $\vec{i}$; $\vec{k}$) contient le vecteur $\vec{v}_0$ et que l'angle entre $\vec{i}$ et $\vec{v}_0$ est aigu noté α.

1-/ calculer les composantes du vecteur $\vec{v}_G$ à l'instant t

2-/ déduire les composantes du vecteur position $\vec{OG}$

3-/ donner les équation d'horaires du mouvement de projectile

4-/ déduire l'équation de la trajectoire du projectile

5-/ calculer les composantes au point S sommet du trajectoire (voir figure)

6-/ calculer l'instant t_s au poin S
7-/ déduire la portée d

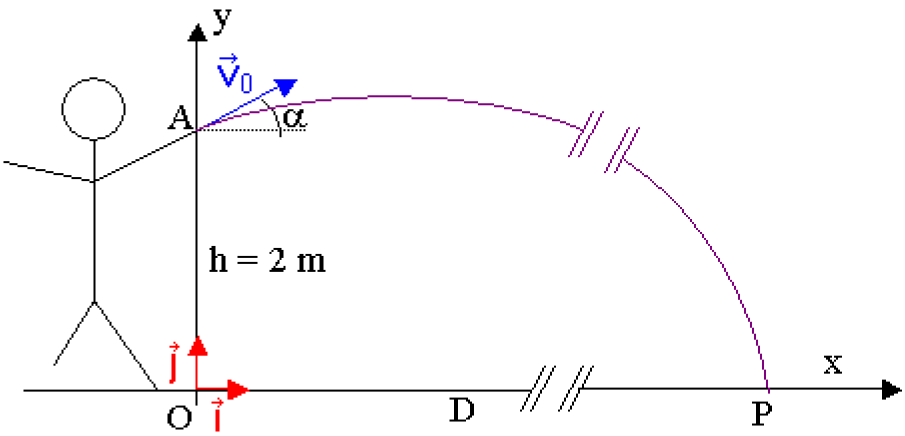
4-/Etude d'un projectile

Le lancer de poids semble être l'application idéale des lois de la balistique. Le but est surtout de lancer le "poids" le plus loin possible. Ici, la poussée de l'athlète reste prépondérante et on constate que l'angle de tir est effectivement proche de 45°.

On étudie le mouvement du "poids" dans le repère orthonormé(0; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$) , l'origine O étant le point du sol situé à la verticale du centre d'inertie du poids à la date t = 0 (schéma ci-dessous).

Données : pour $\alpha = 45°$, $\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha = 0{,}5$ et $\tan \alpha = 1$; $18^2 = 324$

Tous les calculs sont à réaliser SANS CALCULATRICE !!!



Données : si $\alpha = 45°$, $\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha = 0{,}5$ et $\tan \alpha = 1$; $18^2 = 324$, g = 10 N.kg-1 , $\sqrt{1{,}8} \approx 1{,}3$

1-/ Calculer, à t = 0 s, les cordonnées du vecteur position $\vec{OA}$ et du vecteur vitesse $\vec{V}_0$ dans le repère sous forme littérale.

2-/ Etablir sous forme littérale les équations horaires du mouvement du centre d'inertie M du "poids" dans le repère (0; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$)Montrer que le mouvement est plan.

3-/ En déduire l'équation littérale de la trajectoire et préciser sa nature.

4-/ En déduire que, pour $\alpha = 45°$, le carré de la vitesse initiale peut se mettre sous la forme littérale $v_0^2 = g.D^2 / (D+h)$, D étant la distance mesurée au sol pour ce lancer.

5-/ Calculer l'énergie cinétique initiale du "poids" de masse 4,0 kg ainsi lancé dans une compétition féminine, la performance étant réalisée pour un lancer D égal à 18 m et

$\alpha = 45°$.

6-/ Pour un autre lancer d'un athlète jeune, on mesure la vitesse initiale à 10 $m.s^{-1}$ et

$\alpha = 45°$.

Déterminer la distance D réalisée.