Corrigés d'Exercices Satellites et planètes (livre NATHAN)

ex 6 p 262

a) $3^{ème}$ loi de Kepler : T^2 / R^3 = constante

b) pour Thébé : $T^2 / R^3 = T'^2 / R'^3$; $T = T' \sqrt{\left(\frac{R}{R'}\right)^3}$ = 0,672 j

satellite	R (x 10^5 km)	T (jours)
Amalthée	1,81	0,498
Thébé	2,21	0,672
Io	4,21	1,77
Europe	6,71	3,55
Ganymède	10,7	7,15

pour Io , $T^2 / R^3 = T'^2 / R'^3$; $R = R' . \sqrt[3]{\left(\frac{T}{T'}\right)^2}$ = $4,21.10^5$ km

ex 7 p 262

T_{Terre} = 365,26 j ; T_{Mars} = 686,26 j

D'après la $3^{ème}$ loi de Kepler, , $T_T^2 / R_T^3 = T_M^2 / R_M^3$

$R_M = R_T . \sqrt[3]{\left(\frac{T_M}{T_T}\right)^2}$ = $1,5.10^8$ x racine cubique((686,26 / 365,26$)^2$) = $2,28.10^8$ km

ex 8 p 262 Satellites d'Uranus

Satellite	Miranda	Ariel	Umbiel	Titania	Obéron
période T en 10^5 s	1,22	2,18	3,58	7,53	11,7
rayon r en 10^8 m	1,3	1,92	2,67	4,38	5,86
r^3 en 10^{24}	2,20	7,08	19,03	84,03	201,23
T^2 en 10^{10}	1,49	4,75	12,82	56,70	136,89

b) On retrouve la 3ème loi de Kepler : T^2 / r^3 = constante car sur le graphique, il y a proportionnalité entre T^2 et r^3 .

c) On applique la 2ème loi de Newton dans le référentiel lié au centre d'Uranus supposé galiléen au système satellite S : $\vec{F}_{U/S} = m_S . \vec{a}$

$\vec{a} = dv/dt \ \vec{U}_T + v^2/r \ \vec{U}_N$ et $\vec{F}_{U/S} = G.M_U.m_S / r^2 \ \vec{U}_N$

On a donc $dv/dt = 0$ et $m_S.v^2 / r = G.M_U.m_S / r^2 \Rightarrow v^2 = G.M_U / r$

$v = D / T = 2 \pi r / T$; $v^2 = 4 \pi^2 r^2 / T^2 \Rightarrow 4 \pi^2 r^2 / T^2 = G.M_U / r \Rightarrow 4 \pi^2 / (G.M_U) = T^2 / r^3$

d) D'après la courbe : $T^2 = k r^3$; $k = 136{,}9.10^{10} / 201{,}2.10^{24} = 6{,}80.10^{-15} \ s^2.m^{-3}$

$4 \pi^2 / (G.M_U) = k \Rightarrow M_U = 4 \pi^2 / (G.k) = 8{,}70.10^{25}$ kg

ex 9 p 263

On applique la 2ème loi de Newton dans le référentiel géocentrique supposé galiléen au satellite S :

$\vec{F}_{T/S} = m_S . \vec{a}$

$\vec{a} = dv/dt \ \vec{U}_T + v^2/(R+h) \ \vec{U}_N$ et $\vec{F}_{U/S} = G.M_T.m_S / (R+h)^2 \ \vec{U}_N$

On a donc $dv/dt = 0$ et $m_S.v^2 / (R+h) = G.M_T.m_S / (R+h)^2 \Rightarrow v^2 = G.M_T / (R+h)$

$v = D / T = 2 \pi (R+h) / T$; $v^2 = 4 \pi^2 (R+h)^2 / T^2 \Rightarrow 4 \pi^2 (R+h)^2 / T^2 = G.M_T / (R+h)$

$\Rightarrow 4 \pi^2 / (G.M_T) = T^2 / (R+h)^3 \Rightarrow M_T = 4 \pi^2.(R+h)^3 / (T^2.G)$

$M_T = 4 \times (3{,}14)^2 \times (6{,}38.10^6+500.10^3)^3 / ((5{,}68.10^3)^2 \times 6{,}67.10^{-11}) = 5{,}97.10^{24}$ kg

ex 10 p 263

a) Cette trajectoire est décrite dans le référentiel héliocentrique.

b) la 3ème loi de Kepler, , $T^2 / R^3 = T'^2 / R'^3 = 4 \pi^2 / (G.M_S)$

c) $T_T^2 / r_T^3 = 4 \pi^2 / (G.M_S)$;

$M_S = 4 \pi^2.r_T^3 / (G.T_T^2) = 4 \times 3{,}14^2 \times (1{,}50.10^{11})^3 / (6{,}67.10^{-11} \times (3{,}16.10^7)^2) = 2{,}00.10^{30}$ kg

ex 11 p 263

a) schéma. $F_{J \rightarrow G} = F_{G \rightarrow J} = F = G.M_G.M_J / r^2$

$F = 6{,}67.10^{-11} \times 1{,}49.10^{23} \times 1{,}90.10^{27} / (1{,}07.10^9)^2 = 1{,}65.10^{22}$ N

b) $x = F_{J \rightarrow V} / F_{G \rightarrow V} = (G.M_V.M_J / (r - d)^2) / (G.M_V.M_G / d^2)$

$x = (M_J/M_G).d^2 / (r-d)^2 = (M_J/M_G) / (r /d - 1)^2$

$x = (1{,}90.10^{27} / 1{,}49.10^{23}) / (1{,}07.10^9 / 1{,}15.10^8 - 1)^2 = 185$

ex 12 p 263

1) a) $F_{S \to T} = G.M_S.M_T / r_S^2 = 6{,}67.10^{-11} \times 1{,}99.10^{30} \times 5{,}97.10^{24} / (1{,}50.10^{11})^2 = 3{,}52.10^{22}$ N

b) $F_{T \to L} = G.M_L.M_T / r_L^2 = 6{,}67.10^{-11} \times 7{,}34.10^{22} \times 5{,}97.10^{24} / (3{,}80.10^{8})^2 = 2{,}02.10^{20}$ N

2) La Lune doit être entre le Soleil et la Terre pour que les 2 forces s'additionnent. $F_{L \to T} = F_{T \to L} = 2{,}02.10^{20}$ N

$F = F_{S \to T} + F_{L \to T} = 3{,}52.10^{22} + 2{,}02.10^{20} = 3{,}54.10^{22}$ N

3) La Terre doit être entre le Soleil et la Lune pour que les 2 forces se soustraient.

$F = F_{S \to T} - F_{L \to T} = 3{,}52.10^{22} - 2{,}02.10^{20} = 3{,}50.10^{22}$N

4) Un effet observable sur Terre est le phénomène des marées. Ce qui varie en fonction de la position de la Lune est le coefficient de marée.

ex 13 p 263

a) La force d'attraction gravitationnelle exercée par Saturne sur le satellite est dirigée selon l'axe des centres de Saturne et du satellite vers Saturne. $F_{Sat \to s} = G.M.m / r^2$

b) On applique la 2ème loi de Newton dans le référentiel de Saturne supposé galiléen au système satellite s : $\vec{F}_{Sat / s} = m . \vec{a}$

$\vec{a} = dv/dt \ \vec{U}_T + v^2/r \ \vec{U}_N$ et $\vec{F}_{sat / S} = G.M.m/ r^2 \ \vec{U}_N$

On a donc $dv/dt = 0$ et $m.v^2 / r = G.M.m/ r^2$

$\Rightarrow$ v = constante , le mouvement est uniforme.

c) $m.v^2 / r = G.M.m/ r^2 \Rightarrow v^2 = G.M / r \Rightarrow$ v = racine carré de (G.M / r)

d) v = D / T (D : périmètre du cercle décrit par le satellite , T : période, temps pour faire un tour)

$v = 2 \pi. r / T$; $v^2 = 4 \pi^2.r^2/ T^2 = G.M / r \Rightarrow r^3 / T^2 = G.M / 4 \pi^2 \Rightarrow T^2 / r^3 = 4 \pi^2 / (G.M)$

e) $M = 4 \pi^2.r^3 / (G.T^2) = 4 \times 3{,}14^2 \times (1{,}86.10^8)^3 / (6{,}67.10^{-11} \times (22{,}6 \times 3600)^2) = 5{,}75.10^{26}$ kg

ex 14 p 264

a) schéma. La Terre exerce sur le satellite une force d'attraction gravitationnelle :

$$\vec{F}_{T \to s} = G.M_T.m / (R_T+h)^2 \ \vec{U}_N$$

b) On applique la 2ème loi de Newton dans le référentiel géocentrique supposé galiléen au système satellite s : $\vec{F}_{T \to s} = m . \vec{a}$

$\vec{a} = dv/dt \ \vec{U}_T + v^2/(R_T+h) \ \vec{U}_N$ et $\vec{F}_{T \to s} = G.M_T.m/ (R_T+h)^2 \ \vec{U}_N$

On a donc $dv/dt = 0$ et $m.v^2 / (R_T+h) = G.M_T.m/ (R_T+h)^2$

$\Rightarrow$ v = constante , le mouvement est uniforme.

c) $m.v^2 / (R_T+h) = G.M_T.m / (R_T+h)^2 \Rightarrow v^2 = G.M_T / (R_T+h) \Rightarrow v = \text{racine de } (G.M_T / (R_T+h))$

d) $v = D / T = 2\pi.(R_T+h) / T \Rightarrow v^2 = 4\pi^2.(R_T+h)^2 / T^2 = G.M_T / (R_T+h)$; $4\pi^2.(R_T+h)^3 = G.M_T.T^2$

$T = 2\pi \text{ racine}((R_T+h)^3 / (G.M)) = 2 \times 3{,}14 \times \text{racine}((6{,}38.10^6+1{,}33.10^6)^3 / (6{,}67.10^{-11} \times 5{,}97.10^{24})$

T = 6 740 s = 1 h 52 min 21 s

ex 15 p 264

a) Un satellite est géostationnaire s'il a un mouvement circulaire uniforme dans le plan de l'équateur et une période de 24 h.

b) schéma.

c) $\vec{F}_{T \rightarrow s} = G.M_T.m / (R_T+h)^2 \; \vec{U}_N$

($\vec{U}_N$: vecteur normé dirigé de s vers le centre de la Terre)

d) On applique la 2ème loi de Newton dans le référentiel géocentrique supposé galiléen au système satellite s :

$\vec{a} = dv/dt \; \vec{U}_T + v^2/(R_T+h) \; \vec{U}_N$ et

$\vec{F}_{T \rightarrow s} = m . \vec{a}$

On a donc $dv/dt = 0$ et $m.v^2 / (R_T+h) = G.M_T.m / (R_T+h)$; $v^2 = G.M_T / (R_T+h)$

$v = D / T = 2\pi.(R_T+h)/ T \Rightarrow v^2 = 4\pi^2.(R_T+h)^2 /T^2 = G.M_T /(R_T+h)$; $4\pi^2.(R_T+h)^3 = G.M_T.T^2$

$h = {}^3\text{racine}(G.M_T.T^2/ 4\pi^2) - R_T = {}^3\text{racine}(6{,}67.10^{-11} \times 5{,}97.10^{24} \times (24\text{x}3600)^2/ (4 \times 3{,}14^2)) - 6{,}38.10^6$

$h = 3{,}58.10^7$ m ≈ 36 000 km

e) $v = 2\pi.(R_T+h) / T = 2 \times 3{,}14 \times (6{,}38.10^6+3{,}58.10^7) / (24 \times 3600) = 3{,}07.10^3 \text{ m.s}^{-1}$

ex 16 p 264

a) échelle : 1 u.a. ↔ 2,2 cm . R_S ↔ 3,3 cm.

$R_M = 3{,}3 / 2{,}2 = 1{,}5$ u.a. $= 1{,}5 \times 1{,}5.10^{11} = 2{,}25.10^{11}$ m

b) D'après le schéma, un tour est effectué en 22,5 mois (on compte les intervalles entre les points).

c) $M_{13} M_{15} = (1{,}85/2{,}2) = 0{,}84$ u.a.$= 1{,}26.10^{11}$ m ; $M_{19} M_{21} = (1{,}85/2{,}2) = 0{,}84$ u.a.$= 1{,}26.10^{11}$ m

$v_{14} = M_{13} M_{15} / 2\,\tau = 1{,}2610^{11} / (2 \times 30 \times 24 \times 3600) = 2{,}43.10^4 \text{ m.s}^{-1} = v_{20}$

Le mouvement de Mars est donc circulaire et uniforme.

d) schéma

e) $\Delta V = V_{14} - V_{12}$; $\Delta v \leftrightarrow 1{,}2$ cm

$\Delta v = 1{,}2.10^4$ m.s^{-1} ;

$a_{13} = 1{,}2.10^4 / (2 \times 30 \times 24 \times 3600)$

$a_{13} = 2{,}3$ m.s^{-2}

Ce vecteur représente le vecteur accélération de Mars.

On constate que ce vecteur est centripète.

Ce qui est normal puisque $\vec{a} = \vec{F}_{S \to M}$

or $\vec{F}_{S \to M}$ est centripète.

ex 18 p 264

1) a) On applique la 2ème loi de Newton dans le référentiel géocentrique supposé galiléen au système Lune : $\vec{F}_{T/L} = M_L . \vec{a}$

$\vec{a} = dv_L/dt \; \vec{U}_T + v_L^2/r . \vec{U}_N$ et $\vec{F}_{T/L} = G.M_T.M_L / r^2 . \vec{U}_N$

On a donc $dv_L/dt = 0$ et $M_L.v_L^2/r = G.M_T.M_L / r^2 \Rightarrow v_L$ = constante , le mouvement est uniforme.

b) $M_L.v_L^2 / r = G.M_T.M_L / r^2 \Rightarrow v_L^2 = G.M_T / r \Rightarrow v_L$ = racine($G.M_T / r$)

c) $v_L = D / T_L$ (D : périmètre du cercle décrit par la Lune , T_L : période, temps pour faire un tour)

$v_L = 2\pi. r / T_L$; $v_L^2 = 4\pi^2.r^2/ T_L^2 = G.M_T / r \Rightarrow r^3 / T_L^2 = G.M_T / 4 \pi^2$

$\Rightarrow T_L = 2\pi$ racine($r^3 / (G.M_T)$)

d) $r^3 / T_L^2 = G.M_T / 4 \pi^2 \Rightarrow T_L^2 / r^3 = 4 \pi^2 / G.M_T = k$

$k = 4 \times 3{,}14^2 / (6{,}67.10^{-11} \times 5{,}97.10^{24}) = 9{,}91.10^{-14}$ s^2.m^{-3}

e) $T_L = 27 \times 24 \times 3600 + 7{,}5 \times 3600 = 2{,}36.10^6$ s ;

$r = {}^3$racine(T_L^2 / k) = ^{3}racine($(2{,}36.10^6)^2 / 9{,}91.10^{-14}$) = $3{,}83.10^8$ m

2) $c = 2 r / \Delta t \Rightarrow r = c. \Delta t / 2 = 3{,}00.10^8 \times 2{,}563 / 2 = 3{,}84.10^8$ m

Cette valeur est très proche de la valeur précédente.

ex 19 p 264

I) 1) a) La périhélie est le point de passage au plus près du soleil, $1 / r^2$ est donc le grand. D'après le tableau de valeurs, les dates encadrant la date de passage au périhélie sont le 05/02/86 et le 15/02/86, soent les positions C_6 et C_8 .

b)

$\Delta v = v_8 - v_6$; $\Delta v = 1{,}5.10^4$ m.s^{-1}

$a_7 = \Delta v / \Delta t = 1{,}5.10^4 / (10 \times 24 \times 3600)$

$a_7 = 0{,}017\ m.s^{-2}$

2) a) $\vec{F}_{S \rightarrow C} = G.m.M_S / r^2 \quad \vec{U}_N$

2) b) On applique la 2ème loi de Newton dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen au système comète : $\vec{F}\ S_{/C} = m . \ \vec{a}$

$\vec{a} = dv_L/dt \quad \vec{U}_T + v_L{}^2/ r . \quad \vec{U}_N$ et $\vec{F}_{T/L} = G.M_S / r^2 . \ \vec{U}_N$; $a = G.M_S / r^2$

c) $a = K. (1/ r^2)$ avec $K = G.M_S$

$a_7 = 6{,}67.10^{-11} \times 2{,}0.10^{30} \times 12{,}9.10^{-23} = 0{,}017\ m.s^{-2}$;

Cette valeur est identique à celle trouvée à la question I.1.c

II) Masse du Soleil :

1) La droite passe par l'origine. Pour calculer K, il faut 2 points : l'origine O (0 , 0)

et le point (12.10^{-23} , 16.10^{-3}) .

$K = (a_1 - a_0) / (1/r^2{}_1 - 1/r^2{}_0) = (16.10^{-3} - 0) / (12.10^{-23} - 0) = 1{,}33.10^{20}$

$a = K.(1 / r^2) = G.M_S. (1/ r^2) \Rightarrow M_S = K / G = 1{,}33.10^{20} / 6{,}67.10^{-11} = 2{,}0.10^{30}$ kg

Cette valeur est en accord avec les données.

ex 20 p 266

1) $h_1 = 3{,}6.10^7$ m , il est géostationnaire, sa période T_1 vaut donc 24 h .

Les 2 satellites ont un mouvement uniforme comme tout satellite.

D'après la 3ème loi de Kepler, $T_1{}^2 / r_1{}^3 = T_2{}^2 / r_2{}^3 \Rightarrow r_2 = r_1 . {}^3\text{racine}(T_2{}^2/T_1{}^2)$

$h_2 = (h_1 + R_T) . {}^3\text{racine}(T_2{}^2/T_1{}^2) - R_T = (6{,}4 + 36).10^6 \times {}^3\text{racine}(1/2)^2 - 6{,}4.10^6 = 2{,}03.10^7$ m

2) L'étude du mouvement du satellite doit se faire dans le référentiel géocentrique.

Le satellite subit une force d'attraction gravitationnelle de la Terre : $F = G.m.M / (R + h)^2$

La loi de Kepler fait intervenir les rayons r et non h : $T_1{}^2 / r_1{}^3 = T_2{}^2 / r_2{}^3$

ex 21 p 266

1) On applique la 2ème loi de Newton dans le référentiel géocentrique supposé galiléen au système satellite :

$\vec{F}_{T/S} = m . \ \vec{a}$

$\vec{a} = dv/dt \quad \vec{U}_T + v^2/ r . \quad \vec{U}_N$ et $\vec{F}_{T/L} = G.M_T.m / r^2 . \ \vec{U}_N$

On a donc $dv/dt = 0$ et $m.v^2/ r = G.M_T.m / r^2 \Rightarrow v^2 = G.M_T / r \Rightarrow v = \text{racine}(G.M_T / r)$

$v = \text{racine}(6{,}67.10^{-11} \times 5{,}97.10^{24} / (6{,}38.10^6 + 400.10^3) = 7{,}66.10^3$ m.s^{-1}

b) $v = D / T$ (D : périmètre du cercle décrit par le satellite , T : période, temps pour faire un tour)

$v = 2\pi. r / T$; $v^2 = 4\pi^2.r^2/ T^2 = G.M_T / r \Rightarrow r^3 / T^2 = G.M_T / 4\pi^2 \Rightarrow T = 2\pi \text{ racine}(r^3 / (G.M_T))$

$T = 2 \times 3{,}14 \times \text{racine}((6{,}38.10^6 +400.10^3)^3 / (6{,}67.10^{-11} \times 5{,}97.10^{24})) = 5{,}56.10^3$ s = 1 h 32 min 39 s

c) Soit E un point de l'équateur. Le satellite s passe à la verticale de l'équateur à t = 0s.

E tourne avec la Terre, à un instant t, il a tourné de $\alpha = 2\pi . t / T_T$; le satellite lui a tourné de

$\beta = 2\pi . t / T$. Le satellite est de nouveau à la verticale de E si $\beta = \alpha + 2\pi$

$2\pi . t / T = 2\pi . t / T_T + 2\pi \Rightarrow t (1 / T - 1 / T_T) = 1 \Rightarrow t = T.T_T / (T_T - T)$

$t = 5{,}56.10^3 \times (24 \times 3600) / (24 \times 3600 - 5{,}56.10^3) = 5{,}94.10^3$ s

2) a) $h_{n+1} = h_n .(1 - 10^{-3}) = 0{,}999 . h_n$

b) $h_n = h_0 . 0{,}999^n$

c) $h_n / h_0 = 100 / 400 = 0{,}999^n \Rightarrow \log 0{,}25 = n.\log 0{,}999 \Rightarrow n = \log 0{,}25 / \log 0{,}999$

$n = 1{,}39.10^3$ tours